الفصل الثاني

الأتمتة المحدودة

- الأتمتة المحدودة (FSA)
- الأتمتة المحدودة الغير محددة (NFA)
- تحويل الأتمتة غير المحددة NFA إلى محددة DFA
- تقليص وتحسين الـ DFA
- هياكل البيانات لتمثيل الـ FSA
- تمارين

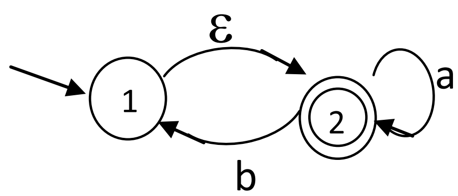
الفصل الثاني: الأتمتة المحدودة

2.1 الأتمتة المحدودة (Finite Automata)

إن الأتمتـة المحـدودة (Finite State Automata FSA) تتكـون مـن عـدد محـدود مـن الحـالات (states) وعـدد محـدود مـن الانتقـالات (transitions) وان هـذه الانتقـالات معرّفـة علـى رمـوز عـددها محـدود أيضـا تسـمى رمـوز الإدخـال (input symbols) وأن واحدة من حالات الأتمتة تعرّف على أنها حالـة البدايـة (initial state) والتي منها يبدأ دائما عمل الأتمتة المحدودة وهناك عدد محدود من الحـالات يعرف على انه حالات النهاية (final states) لذا فان الأتمتة المحدودة تستخدم خمسة أشياء :

- عدد محدود من **الحالات** (states).
- **رمـوز الإدخـال** التـي علـى أثرهـا يـتم الانتقـال مـن حالـة إلـى حالـة أخرى.
- **دوال الانتقـال** (transition functions) التـي علـى أساسـها يـتم الانتقال من حالة إلى أخرى باستخدام رموز الإدخال.
- **حالة البداية** (initial state).
- عدد محدود من **حالات النهاية** (final states).

مثال2.1:



شكل (2.1) أتمتة محدودة

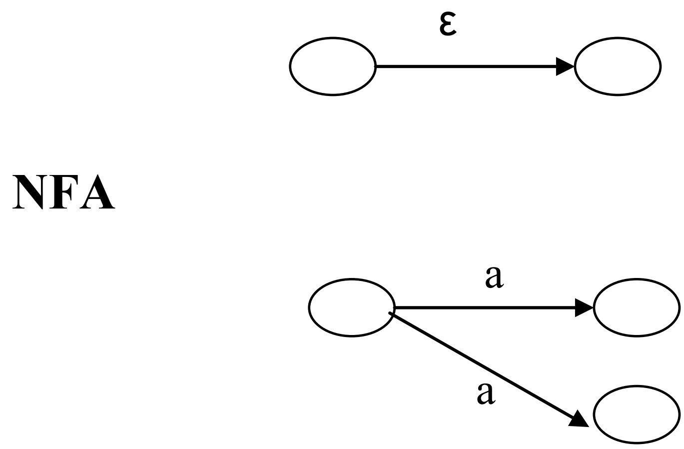
تتكون الأتمتـة فـي الشـكل (2.1) من عدد مـن الحـالات(حـالتين)، واحـدة منـهم الحالـة (1) هي حالة البداية والحالة الأخرى (2) هي حالة النهاية أما رموز الإدخـال فهـي {a , b} ، وأما دوال الانتقال فهي كما يلي :

- يتم الانتقال من الحالة (1) إلى الحالة (2) عبر الـ ε

- يتم الانتقال من الحالة (2) إلى الحالة نفسها (2) عبر رمز الإدخال a
- يتم الانتقال من الحالة (2) إلى الحالة (1) عبر رمز الإدخال b

2.2 الأتمتــة المحـدودة الغيـر محـددة (Non-Deterministic Finite Automata NFA)

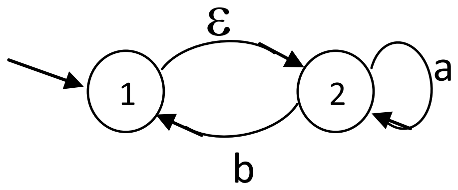
تكون الأتمتة المحدودة غير محددة (NFA) إذا وجد رمز الإدخال(ε) بين حالة وأخرى (أي لا يوجد انتقال) ، أو من حالة معينة هناك أكثر من انتقالية تحمل نفس رمز الإدخال. أما الأتمتة المحدودة المحددة (DFA) فلا توجد فيها الحالات التي ذكرت والشكل (2.2) يبين ذلك.



الشكل (2.2) أتمتة غير محددة (NFA)

2.2.1 الأتمتة الغير محددة باستخدام الـ ε

إذا حـوّرت الأتمتـة المحـدودة الحـالات لتسـمح بانتقـالات بـدون رمـوز مدخلـة فنحصل على أتمتة غير محددة (NFA) باستخدام الـ ε ولان الانتقال بالـ ε حصل بدون رموز فان الانتقال يسمى (ε -Transitions) كما في الشكل (2.3).



شكل (2.3) أتمتة غير محددة باستخدام الـ ε

2.3 تحويل الأتمتة الغير محددة (NFA) الى أتمتة محددة (DFA)

من الممكن قبول جملة (سلسلة أحرف) من قبل أتمتة غير محددة (NFA) ولكن كما هو معلوم فان الحاسوب لا يتعامل إلا مع الأشياء المحددة (Deterministic) لذا نحتاج إلى تحويل الأتمتة الغير محددة (NFA) إلى أتمتة محددة (DFA). والخوارزمية التالية تبين ذلك .

2.3.1 الخوارزمية القانونية لتحويل NFA الى DFA

Initially let X= ∈-closure (S_0) marked as the start of DFA, X be unmarked, S_0 is the start symbol of NFA.

While there is unmarked state X={ S_1 , S_2 ,…. , S_n} of DFA do

Begin

Mark= X;

For each terminal symbol a $\in \Sigma$ do

Begin

Let M be the set of states to which there is a transition on a from some states S_i in X;

Y= $\in$-closure(M);

If Y has not yet been added to the set of states of DFA then Make Y an unmarked state of DFA;

Create an edge by adding transition from X to Y labeled a if not already present;

End;

End;

حيث ان الـ ε-closure(S_0) { S_0 هي رمز البداية لـ NFA } هي الدالة التي تأخذ معامل مثل S_0 وتخرج مجموعة من الحالات في مقدمتهم المعامل (الحالة) S_0 نفسها و كل الحالات المتأتية من انتقالات الحالة S_0 والتي تحمل العنوان ε.

خوارزمية إيجاد دالة ε–closer(q)

While (stack not empty) do

{ P = pop (stack)

R = $\delta(P,\in)$

For every member of R do

If it is not present in T then

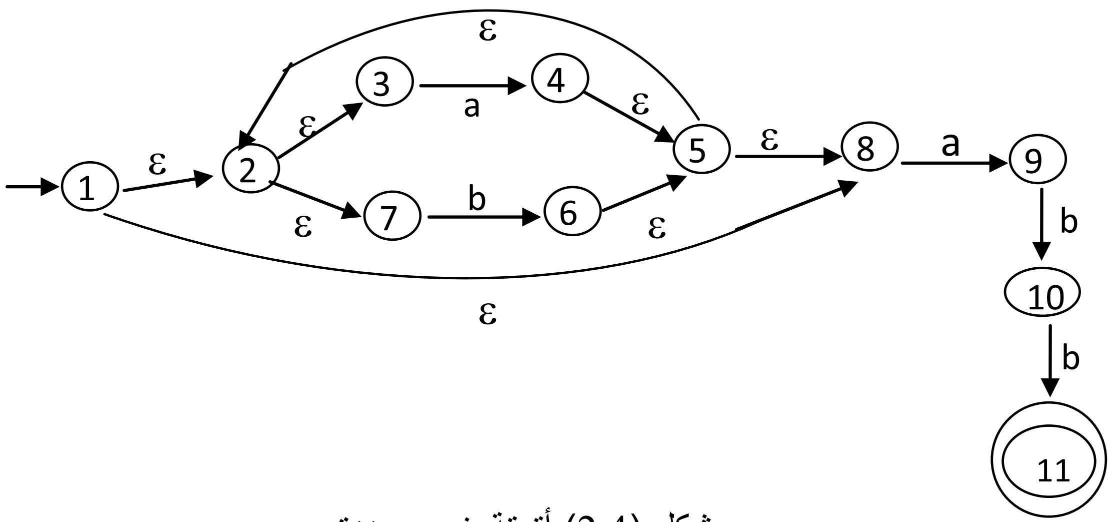
{ Add that member to T

Push member of R on stack

}

}

مثـال2.2 : حـول الأتمتـة غيـر المحـددة (NFA) فـي الشـكل (2.4) إلـى أتمتـة محـددة (DFA) بشكل قانوني؟



شكل (2.4) أتمتة غير محددة

X=∈-closure(1)={1, 2, 3, 7,8}=A (DFA تعتبر حالة البداية للـ A)

----a----> M={4 ,9} → Y=∈-closure(M)={4, 5, 2, 3, 8,7,9}=B

A={1, 2, 3, 7,8}

-----b----> M={6 } → Y=∈-closure(M)={6,5, 8,2,3,7}=C

----a----> M={4 ,9} → Y=B

B ={4, 5, 2, 3, 8,7,9}

-----b----> M={10, 6}→Y=∈-closure(M)={6,10,5,8, 2,3,7 }=D

----a----> M={9, 4} → Y=B

C ={6,5, 8,2,3,7}

-----b----> M={ 6} → Y=C

----a----> M={9, 4} → Y=B

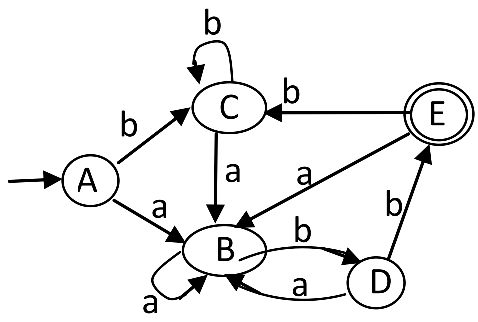
D ={6,10,5,8, 2,3,7 }

-----b----> M={11, 6}→Y=∈-closure(M)={11,6,5,8, 2,3,7 }=E

----a----> M={9, 4} → Y=B

E ={11, 6,5,8, 2,3,7 }

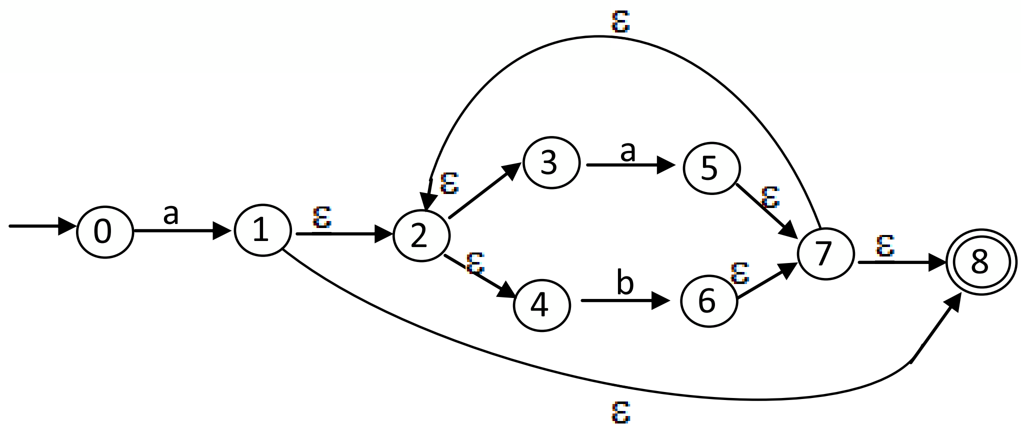
-----b----> M={ 6} → Y=C



شكل (2.5) أتمتة محددة

لان حالة NFA النهائية هي (11) فان المجاميع التي تحتوي الحالة (11) هي (E) فقط لذا تصبح هي النهائية للأتمتة المحددة الناتجة (DFA) كما في الشكل (2.5).

مثال2.3 : حول الأتمتة غير المحددة (NFA) في الشكل (2.6) الى أتمتة محددة



شكل (2.6) أتمتة غير محددة

باستخدام الخوارزمية الخاصة بتحويل الأتمتة غير المحددة (NFA) التالية إلى أتمتة محددة (DFA) نحصل على ما يلي :

X= ε -closure(0)={ 0 }=A

----a----> M={ 1}→ Y= ε -closure(M)={2 , 3, 4 ,8 ,1}=B

A={0}

-----b----> M= φ

----a----> M={5} → Y={5, 7, 8, 2 ,3 ,4}= C

B ={2 , 3, 4 ,8 ,1}

-----b----> M={6} → Y={6, 7,8 ,2, 3, 4 }=D

----a----> M={5} → Y=C

C ={5, 7, 8, 2 ,3 ,4}

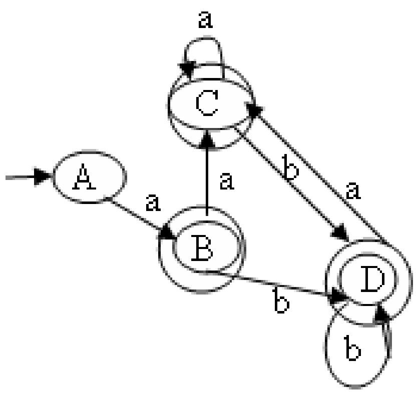
-----b----> M={ 6} → Y=D

----a----> M={5} → Y=C

D ={6, 7,8 ,2, 3, 4 }

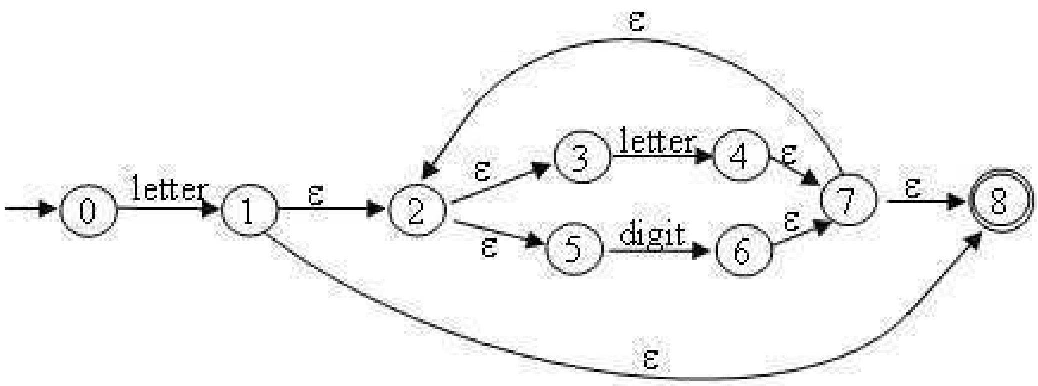
-----b----> M={ 6} → Y=D

لان حالة NFA النهائية هي (8) فان المجاميع التي تحتوي الحالة (8) هي (B,C,D) لذا تصبح هي النهائية للأتمتة المحددة الناتجة (DFA)كما في الشكل (2.7).



شكل (2.7) أتمتة محددة

مثــال2.4: حـول الأتمتـة غيـر المحـددة (NFA) فـي الشـكل (2.8) إلـى أتمتـة محـددة (DFA)؟



شكل (2.8) أتمتة غير محددة

X= ε -closure(0)={ 0 }=A

----letter---->M={ 1 } → Y= ε -closure(M)={2 , 3, 5 ,8 ,1}=B

A

-----digit----> M= φ

----letter----> M={4} → Y={5, 7, 8, 2 ,3 ,4}= C

B ={2 , 3, 5 ,8 ,1}

-----digit----> M={6} → Y={6, 7,8 ,2, 3, 5 }=D

----letter----> M={4} → Y=C

C ={5, 7, 8, 2 ,3 ,4}

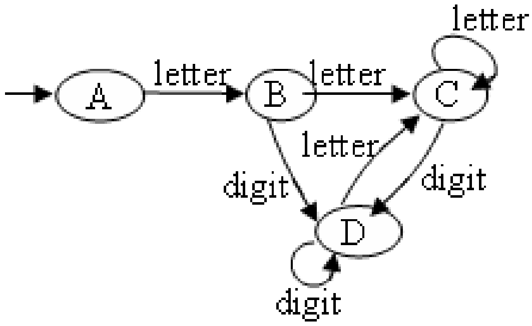
-----digit----> M={ 6} → Y=D

----letter----> M={4} → Y=C

D ={6, 7,8 ,2, 3, 5 }

-----digit----> M= {6} → Y=D

لان حالة NFA النهائية هي (8) فان المجاميع التي تحتوي الحالة (8) هي (B,C,D) لذا تصبح هي النهائية للأتمتة المحددة الناتجة (DFA)كما في الشكل (2.9).

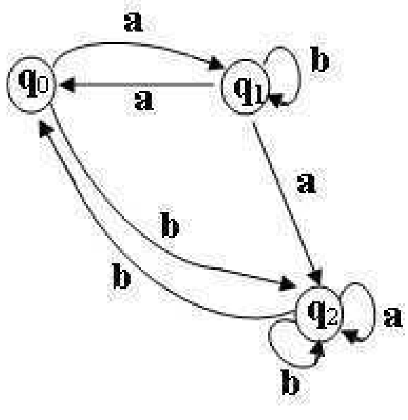


شكل (2.9) أتمتة محددة

2.3.2 الطريقة غير القانونية (التجريبية) في تحويل NFA الى DFA (Informal conversion of NFA to DFA)

من خلال المثال التالي سيتبين كيف يتم تحويل NFA الى DFA بالطريقة التجريبية.

مثال2.5 : حول الأتمتة غير المحددة في الشكل (2.10) إلى أتمتة محددة بالطريقة التجريبية؟

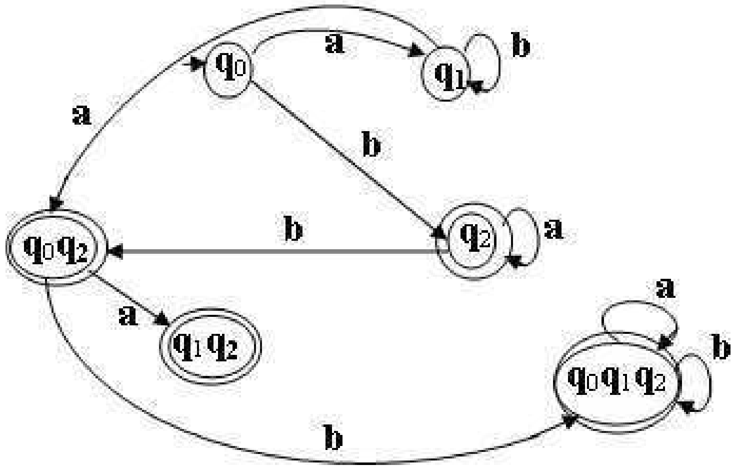


شكل (2.10) أتمتة غير محددة

والمصفوفة التالية تعبر عن الأتمتة غير المحددة المرسومة في الشكل (2.10):

الحالات	a	b
q0	q1	q2
q1	q0 q2	q1
(q2)*	q2	q0 q2
(q0 q2)*	q1 q2	q0 q2
(q1 q2)*	q0 q2	q0 q1 q2
(q0 q1 q2)*	q0 q1 q2	q0 q1 q2

كما نلاحظ من الجدول أعلاه ، إذا كانت إحدى الحالات تذهب إلى حالتين على اثر نفس المدخل فيتم استحداث حالة جديدة ففي مثالنا فان الحالة (q1) مع المدخل (a) تذهب إلى حالتين هما (q0) و (q2) لذا تم استحداث حالة جديدة بالاسم (q0q2) وهكذا بالنسبة للبقية وتصبح الأتمتة المحددة كما في الشكل (2.11) علما أن حالة البداية للـNFA هي نفسها تعتبر حالة البداية للـDFA ولأن الحالة (q2) تعتبر نهائية بالنسبة للأتمتة غير المحددة (NFA) فان كل الحالات الموجودة في الأتمتة المحددة والتي تحتوي الحالة (q2) تعتبر



شكل (2.11) أتمتة محددة

نهائية أي أن الحالات q2, q0q2, q1q2, q0q1q2 تعتبر نهائية في مثالنا،لاحظ الشكل (2.11) وقد وضعت علامة (*) على الحالات التي تعتبر نهائية:

إذا تم تغيير أسماء الحالات السابقة كما يلي :

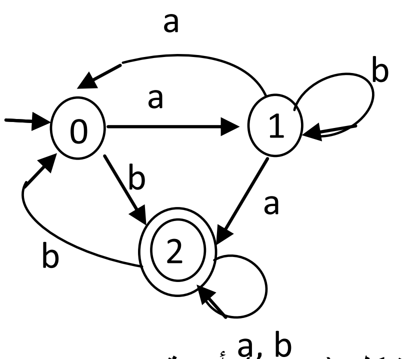
الحالة القديمة	الحالة الجديدة
q0	A
q1	B
$(q2)^*$	C
$(q0\ q2)^*$	D
$(q1\ q2)^*$	E
$(q0\ q1\ q2)^*$	F

فان جدول الانتقالات للأتمتة المحددة أعلاه يصبح على النحو الآتي :

الحالات	a	b
A	B	C
B	D	B
C^*	C	D
D^*	E	D
E^*	D	F
F^*	F	F

مثال2.6: حول الأتمتة غير المحددة في الشكل (2.12) إلى أتمتة محددة بالطريقة غير الرسمية؟

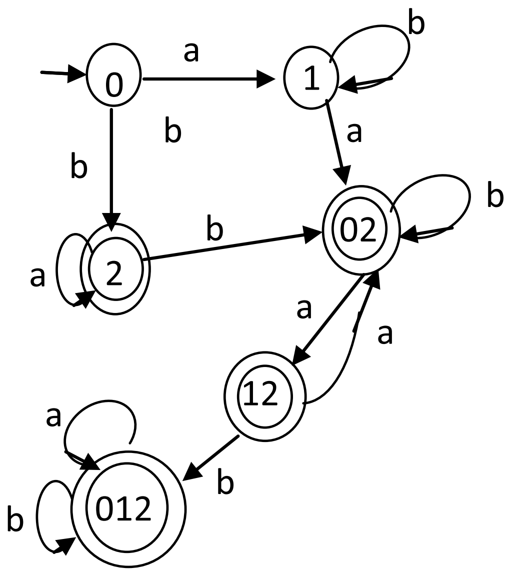
لان الحالة (2) نهائية في الـ NFA فان كل الحالات التي تتضمن الحالة (2) في الأتمتة المحددة DFA تكون نهائية وهم الحالات 2, 02, 12, 012 كما في الشكل (2.13) .



شكل (2.12) أتمتة غير محددة

NFA	a	b
0	1	2
1	0,2	1
2	2	0,2

DFA	a	b
0	1	2
1	02	1
2	2	02
02	12	02
12	02	012
012	012	012



شكل (2.13) أتمتة محددة

2.4 تقليص الـDFA (Minimization|Optimization of DFA)

يمكن للأتمتة المحددة (DFA) أن يكون فيها عدد من الحالات (States) الزائدة ويمكن الاستغناء عنها لذا وجدت خوارزمية تقوم بتقليص عدد الحالات الناتجة من الأتمتة المحددة إلى اقل عدد ممكن بحيث تؤدي الأتمتة المحددة الناتجة نفس الغرض وبالتالي تم عمل نوع من التحسين (Optimization) على الأتمتة المحددة (DFA).

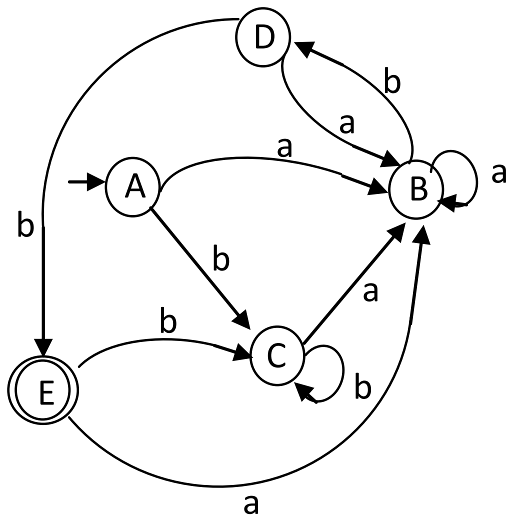
الخوارزمية القانونية

1. قسم حالات الـ DFA الى حالات نهائية (Final States) وحالات لا نهائية وسمي التقسيم П.
2. كرر ما يلي لكل مجموعة في الـ П

```
Begin
  Partition G into subgroups such that two states s & t of G
  are in the same subgroup iff all symbols in DFA ( i.e. a ∈ T)
  states s & t have transitions to states in the same group of П
  Place all subgroups so formed into Пnew .
End
If Пnew ≠ П then
Begin
    П := Пnew
     goto step 2
end
```

3. عندما تصبح $П_{new}$= П يؤخذ ممثل عن احدهم ويعوض به بدلا عن الحالات الأخرى المتشابهة.

مثال2.7: قلّص الحالات الموجودة في الأتمتة المحددة (DFA) في الشكل (2.14) ؟



شكل (2.14) أتمتة غير محددة

G1={E}   G2={A,B,C,D}

П ={(E) ,(ABCD)}

STATES	a	b
A	B	C
B	B	D
C	B	C
D	B	E
E	B	C

G1 ={E} , S.G2 ={ A,B,C}   ,S.G2 ={D }
$П_{new}$ ={(E) ,(ABC) ,(D)}

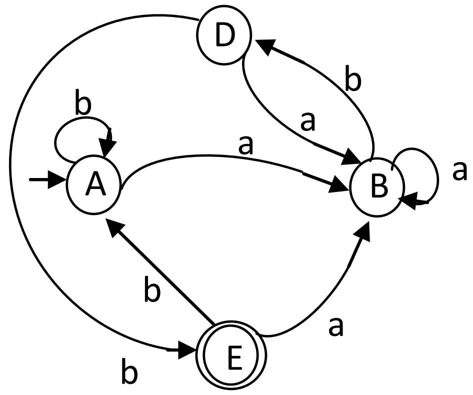
اذا كان $П \neq П_{new}$ فان $П= П_{new}$

П ={(E) ,(ABC) ,(D)}
$П_{new}$ ={(E) ,(D),(B) ,(AC)}

إذا كان $П \neq П_{new}$ فان $П= П_{new}$

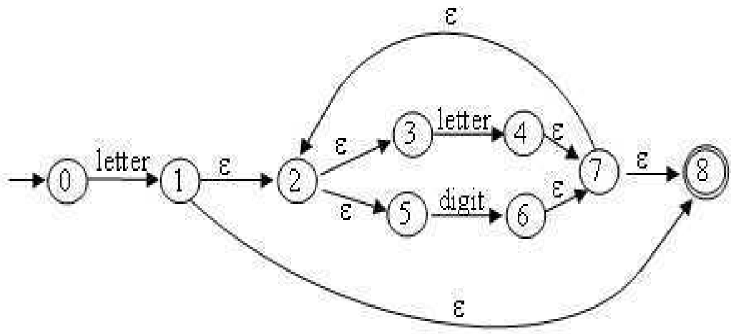
П ={(E) ,(D),(B) ,(AC)}
$П_{new}$ ={(E) ,(D),(B) ,(AC)}

إذا كان $\Pi_{new} = \Pi$ توقف لذا نختار A لتمثل AC كما في الشكل (2.15) .



شكل (2.15) أتمتة محددة مقلصة

مثال2.8 : قم بتقليص الأتمتة المحددة الناتجة من الأتمتة غير المحددة في الشكل (2.16) التي تمثل المعرّفات؟



شكل (2.16) أتمتة غير محددة (المعرّفات)

X= ε -closure(0)={ 0 }=A

----let----> M={ 1 } → Y= ε -closure(M)={1,2,3,5,8}=B

A ={0}

-----dig----> $M = \phi$

----let----> M={4} → Y={5,7,8,2,3,4}= C

B={1,2,3,5,8}

-----dig----> M={6} → Y={6, 7,8 ,2, 3, 5 }=D

----let----> M={4} → Y=C

C ={5,7,8,2,3,4}

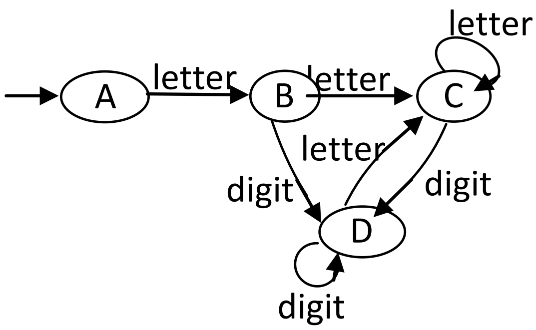
-----dig----> M={ 6} → Y=D

----let----> M={4} → Y=C

D ={6, 7,8 ,2, 3, 5 }

-----dig----> M={ 6} → Y=D

وبذلك يتم الحصول على أتمتة محددة كما في الشكل (2.17).



شكل (2.17) أتمتة محددة

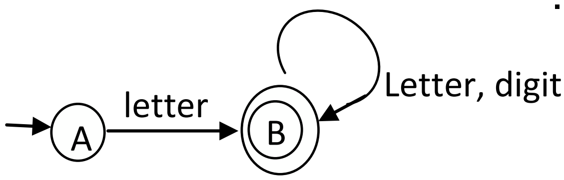
أما عملية التقليص (التحسين) فتتم على الشكل التالي:

π={(A) ,(BCD)}

STATES	letter	digit
A	B	
B	C	D
C	C	D
D	C	D

π_{new} ={(A) ,(BCD)}

لان $\pi=\pi_{new}$ توقف ونختار ممثل عن كل مجموعة ، لذا فان B ممثل عن BCD كما في الشكل (2.18).



الشكل (2.18) أتمتة محددة

مثال2.9 : قم بتقليص حالات الأتمتة المحددة في الشكل (2.19):

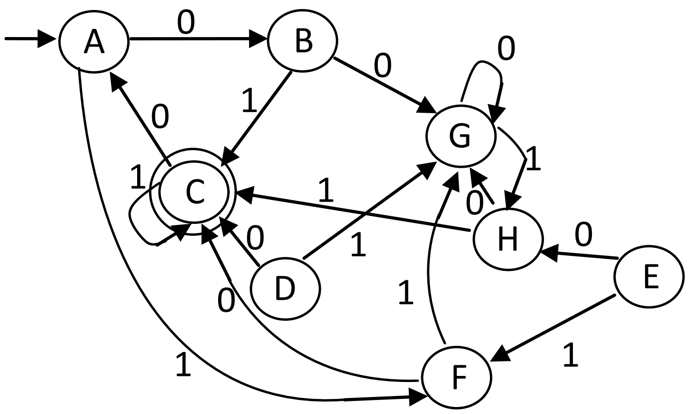
	0	1
A	B	F
B	G	C
C	A	C
D	C	G
E	H	F
F	C	G
G	G	H
H	G	C

Π= { (A,B,D,E,F,G,H),(C)}

π_{new} = { (B,A),(D,F),(C),(A,E,G)}

Π={(B,H),(D,F),(C),(A,E,G)}

π_{new} = {(B,H),(D,F),(C),(A,E),(G)}



شكل (2.19) أتمتة محددة

$\pi =$ { (B,H),(D,F),(C),(A,E),(G)}

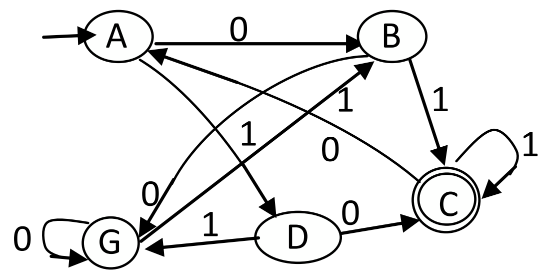
$\pi_{new} = \pi \Rightarrow$ نتوقف

نجعل B ممثلا عن B,H

نجعل A ممثلا عن A,E

نجعل D ممثلا عن D,F

فنحصل على أتمتة مقلصة موضحة في الشكل (2.20).



شكل (2.20) أتمتة محددة مقلصة

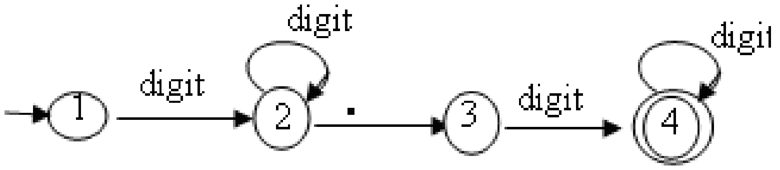
2.5 هياكل البيانات لتمثيل الـ FSA

هناك طرق لتمثيل FSA في ذاكرة الكومبيوتر منها:

- **مصفوفة الانتقالات (Transition matrix)**

وفيها يتم استخدام المصفوفات لخزن الأتمتة حيث تمثل حالات الأتمتة اسطر المصفوفة أما مدخلات الأتمتة فتمثل أعمدة المصفوفة.

مثال2.10: الشكل (2.21) يبين FSA لتمثيل الأعداد الحقيقية بالطريقة غير القانونية:



شكل (2.21) FSA لتمثيل الأعداد الحقيقية

الحالة	digit	.
1	2	#
2	2	3
3	4	#
4	4	#

حيث تمثل # مؤشر خطأ. من مساوئ هذه الطريقة هي كثرة تكرار مؤشر الخطأ والذي يأخذ مساحة خزنية أكبر.

- **تمثيل الرسم البياني Graph representation**

لنفس المثال أعلاه فان تمثيل الأتمتة أعلاه بطريقة تمثيل الرسم البياني يكون كما يلي :

الحالة	**المدخل**	**الحالة**
1	digit	2
2	digit	2
2	.	3
3	digit	4
4	digit	4

حيث تم استخدام المصفوفات أيضا لكن بطريقة ثانية حيث توجد ثلاثة أعمدة الأول يمثل حالة الأتمتة الحالية والعمود الثاني يمثل المدخلات أما العمود الثالث فيمثل الحالة الجديدة التي تمثل الانتقالة من الحالة الحالية باستخدام احد المدخلات.